A continuación se muestra una guía resumen de algunas relaciones existentes para los diferentes modelos de flujo desarrollados para flujo compresible.

Recordemos inicialmente algunas definiciones de termodinámica básica:

Gas ideal, todo aquel fluido que cumpla la ecuación de estado $\frac{p}{\rho} = RT$

Calor específico a volumen constante $c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$, $c_v = \frac{R}{k-1}$

Calor específico a presión constante $c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$, $c_p = \frac{kR}{k-1}$

Razón de calores específicos $k = \frac{C_p}{C_v}$

Entalpía $h = u + \frac{p}{\rho}$

Propiedades de estancamiento, son todas aquellas propiedades que presenta el fluido cuando alcanza la velocidad nula mediante un camino isoentropico.

Temperatura de estancamineto $T_{o2} = T_2\left(1 + \frac{(k-1)Ma_2{}^2}{2}\right) = T_2 + \frac{V_2^2}{2Cp}$

Número de Mach $Ma = \frac{V}{c} = \frac{V}{\sqrt{kRT}}$

Proceso politropico $\frac{p}{\rho^k} = const.$

Primera Ley de Termodinámica

$$Q - W = m(e_2 - e_1) = m\left(\left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1}\right) + g(z_2 - z_1) + \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2} + (u_2 - u_1)\right)$$

Energía

Modelo de Flujo Isoentropico

Flujo másico (ecuación general)

$$\overset{o}{m} = A\sqrt{2p_o\rho_o\frac{k}{k-1}\left(\frac{p}{p_o}\right)^{2/k}\left[1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^{(k-1)/k}\right]}$$

Flujo másico (caso particular condiciones críticas)

$$\overset{o}{m}_{\max} = \rho^* A^* . V^* = p_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} . \left(\frac{2}{k+1}\right)^{(k+1)/2.(1-k)}$$

Relaciones particularizadas entre el punto crítico y el punto de estancamiento

$$\frac{T^*}{To} = \frac{2}{k+1} \qquad \frac{p^*}{po} = \left[\frac{2}{k+1}\right]^{k/(k-1)} \qquad \frac{\rho^*}{\rho o} = \left[\frac{2}{k+1}\right]^{1/(k-1)}$$

Relaciones particularizadas entre el punto de estancamiento y un punto cualquiera

$$\frac{To}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}.Ma^2 \qquad \frac{po}{p} = \left[1 + \frac{k-1}{2}.Ma^2\right]^{k/(k-1)} \qquad \frac{\rho o}{\rho} = \left[1 + \frac{k-1}{2}.Ma^2\right]^{1/(k-1)}$$

Relaciones particularizadas entre el punto de crítico y un punto cualquiera

$$\frac{T_a}{T^*} = \frac{k+1}{2 + k - 1.Ma_a^2} \qquad \frac{p_a}{p^*} = \left[\frac{k+1}{2 + k - 1.Ma_a^2}\right]^{k/(k-1)} \qquad \frac{\rho_a}{\rho^*} = \left[\frac{k+1}{2 + k - 1.Ma_a^2}\right]^{1/(k-1)}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma}\left[\frac{2 + (k-1).Ma^2}{k+1}\right]^{(k+1)/2.(k-1)}$$

Relaciones entre dos puntos cualquiera

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{1 + \frac{k-1}{2}.Ma_b^2}{1 + \frac{k-1}{2}.Ma_a^2} \qquad \frac{p_a}{p_b} = \left[\frac{1 + \frac{k-1}{2}.Ma_b^2}{1 + \frac{k-1}{2}.Ma_a^2}\right]^{k/(k-1)} \qquad \frac{\rho_a}{\rho_b} = \left[\frac{1 + \frac{k-1}{2}.Ma_b^2}{1 + \frac{k-1}{2}.Ma_a^2}\right]^{1/(k-1)}$$

$$\frac{A_a}{A_b} = \frac{Ma_b}{Ma_a}\left[\frac{2 + (k-1).Ma_a^2}{2 + (k-1).Ma_b^2}\right]^{(k+1)/2.(k-1)}$$

Nota: la relación de áreas no aplica para el punto de estancamiento, ya que este teóricamente se alcalza fuera de geometría estudiada, es decir, fuera de la tubería o de la tobera.

Modelo de Onda de choque $A_1 = A_2$

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_1^2 + \frac{2}{(k-1)}}{\frac{2k}{(k-1)}.Ma_1^2 - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \frac{(k-1)}{2}.Ma_1^2\right)\left(\frac{2k}{(k-1)}.Ma_1^2 - 1\right)}{\frac{(K+1)^2}{2.(k-1)}.Ma_1^2} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \frac{2kMa_1^2 - (k-1)}{K+1} = \frac{1 + kMa_1^2}{1 + kMa_2^2}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{Ma_1^{\,2}(k+1)}{2+Ma_1^{\,2}(k-1)} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{P_{o2}}{P_{o1}} = \frac{\rho_{o2}}{\rho_{o1}} = \left[\frac{(k+1)Ma_1^{\,2}}{2+(k-1)Ma_1^{\,2}}\right]^{\frac{k}{k-1}} * \left[\frac{(k+1)}{2kMa_1^{\,2}-(k-1)}\right]^{\frac{1}{k-1}}$$

$$\frac{A_2^*}{A_1^*} = \frac{Ma_2}{Ma_1}\left[\frac{2+(k-1)Ma_1^{\,2}}{2+(k-1)Ma_2^{\,2}}\right]^{\frac{(k+1)}{2(k-1)}}$$

$$S_2 - S_1 = Cv\ln\left[\frac{2kMa_1^2-k+1}{k+1}\left(\frac{2+Ma_1^2(K-1)}{(k+1)Ma_1^2}\right)^K\right]$$

Modelo de flujo no adiabático sin fricción en tuberías (tuberías cortas con transferencia de calor)

Línea de Rayleigh

$q = C_p(T_{o2} - T_{o1})$; q calor por unidad de masa

$$G = \frac{\dot{m}}{A} = \rho V$$

$$B = p + \frac{G^2}{\rho} = constante$$

Relaciones entre dos puntos cualquiera

$$\frac{T_a}{T_b} = \left(\frac{Ma_a}{Ma_b}\frac{1+kMa_b^2}{1+kMa_a^2}\right)^2 \qquad \frac{p_a}{p_b} = \frac{1+kMa_b^2}{1+kMa_a^2} \qquad \frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{Ma_b}{Ma_a}\sqrt{\frac{T_b}{T_a}}$$

$$\frac{V_a}{V_b} = \left(\frac{Ma_a}{Ma_b}\right)^2\frac{1+kMa_b^2}{1+kMa_a^2}$$

Relaciones entre un punto cualquiera y la condiciones críticas

$$\frac{T_a}{T*} = \frac{(1+k)^2 Ma_a^2}{(1+kMa_a^2)^2}, \quad \frac{p_a}{p*} = \frac{k+1}{1+kMa_a^2}, \quad \frac{V_a}{V*} = \frac{\rho*}{\rho_a} = \frac{(k+1)Ma_a^2}{1+kMa_a^2}$$

Relaciones entre las propiedades de estancamiento de un punto cualquiera y las condiciones de estancamiento del punto crítico.

$$\frac{T_{oa}}{T_o*} = \frac{(k+1)Ma_a^2\left[2+(k-1)Ma_a^2\right]}{(1+kMa_a^2)^2} \qquad \frac{p_{oa}}{p_o*} = \frac{(k+1)}{1+kMa_a^2}\left[\frac{2+(k-1)Ma_a^2}{k+1}\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

Comportamiento de las propiedades del fluidos en flujo no adiabático

Enfriamiento	Ma < 1	Dp > 0	dV < 0	$DT_o < 0$	$d\rho > 0$	dT < 0 para Ma < $\frac{1}{\sqrt{k}}$ dT > 0 para Ma > $\frac{1}{\sqrt{k}}$
	Ma > 1	Dp < 0	dV > 0	$DT_o < 0$	$d\rho < 0$	dT < 0
Calentamiento	Ma < 1	Dp < 0	dV > 0	$DT_o > 0$	$d\rho < 0$	dT > 0 hasta Ma < $\frac{1}{\sqrt{k}}$ ldT < 0 para Ma > $\frac{1}{\sqrt{k}}$
	Ma > 1	Dp > 0	dV < 0	$DT_o > 0$	$d\rho > 0$	dT > 0

Modelo Flujo isotérmico ($Ma_{crit} = \frac{1}{\sqrt{k}}$)

Relaciones entre un punto cualquiera y las condiciones de estancamiento

$$T_o = T\left[1 + \frac{(k-1)Ma^2}{2}\right] \qquad p_o = p\left[1 + \frac{(k-1)Ma^2}{2}\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

Relaciones entre un punto cualquiera y la condiciones críticas

$$\frac{p_a}{p^+} = \frac{1}{Ma_a\sqrt{k}} \qquad \frac{V_a}{V^+} = \frac{\rho^+}{\rho_a} = Ma_a\sqrt{k}$$

Longitud (L^+)requerida para que a la salida el flujo sea crítico (Ma = $\frac{1}{\sqrt{k}}$)

$$\frac{fL_a^{\ +}}{D} = \frac{1 - kMa_a^2}{kMa_a} + \ln\left(kMa_a^2\right)$$

Comportamiento de las propiedades del fluidos en flujo isotérmico

Ma < $1/\sqrt{k}$	dp < 0	dV > 0	$dT_o > 0$	$D\rho < 0$	dMa>0	$Dp_o < 0$
Ma > $1/\sqrt{k}$	dp > 0	dV < 0	$dT_o > 0$	$D\rho > 0$	dMa<0	Dp_o > 0 si Ma <

						$\sqrt{2}/(k+1)$ Dp$_o$ > 0 si Ma > $\sqrt{2}/(k+1)$

Modelo de flujo adiabático con fricción en tuberías. Línea de Fanno. (Tuberías largas)

To permanece constante a lo largo de el proceso

$G = \rho V$, f se lee del diagrama de Moody

$$\mathrm{Re} = \frac{GD}{\mu}$$

$$\frac{fL_a^{\ *}}{D} = \frac{1 - Ma_a^2}{kMa^2} + \frac{k+1}{2k}\ln\left[\frac{(k+1)Ma_a^2}{2+(k-1)Ma_a^2}\right]$$

$$\frac{fL_{ab}}{D} = \frac{fL_a^{\ *}}{D} - \frac{fL_b^{\ *}}{D}$$

Relaciones entre un punto cualquiera y el punto crítico

$$\frac{T_a}{T*} = \frac{k+1}{2+(k-1)Ma_a^2} \quad \frac{p_a}{p*} = \frac{1}{Ma_a}\left[\frac{k+1}{2+(k-1)Ma_a^2}\right]^{1/2} \quad \frac{\rho_a}{\rho*} = \frac{V*}{V_a} = \frac{1}{Ma_a}\left[\frac{k+1}{2+(k-1)Ma_a^2}\right]^{-1/2}$$

Relaciones entre dos puntos cualquiera

$$\frac{p_a}{p_b} = \frac{p_a}{p*}\frac{p*}{p_b}$$

$$\frac{p_{oa}}{p_o*} = \frac{\rho_{oa}}{\rho_{oa}*} = \frac{1}{Ma_a}\left[\frac{k+1}{2+(k-1)Ma_a^2}\right]^{-\frac{(k+1)}{2(k-1)}}$$

Comportamiento de las propiedades del fluidos en flujo adiabático

Ma < 1	dp < 0	dV > 0	dh$_o$ = 0	Dρ < 0	dT < 0	DMa>0	ds > 0
Ma > 1	dp > 0	dV < 0	dh$_o$ = 0	Dρ > 0	dT > 0	DMa<0	ds > 0

NOTA:

ESTE RESUMEN ESTÁ SUJETO A REVISIONES Y MEJORAS A LO LARGO DEL CURSO

NO REPRESENTA EL UNICO MATERIAL DE ESTUDIO.

Resumen extraído del Streeter. Octava Edición (Tercera en español)Cap 7.